

---

**УДК 629.735+533.65**

**Яковлев Руслан Петрович**

*директор Кременчуцького льотного коледжу Харківського національного університету внутрішніх справ, м. Кременчук, Україна*

**ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0001-8009-5254>**

## **МЕТОД ОПТИМІЗАЦІЇ ВЕРТИКАЛЬНОГО ЗЛІТУ ВЕРТОЛЬОТУ**

Оптимізація зльоту і посадки вертольотів є актуальним науково-практичним завданням у галузі авіаційного транспорту. У роботі Ф. Шмітца

---

(F. H. Schmitz) [1] виконано оптимізацію зльоту важко навантаженого вертольоту у двомірній постановці. Моделювання динаміки вертольоту руху методом балансу потужностей із заданим горизонтальним зміщенням за допомогою модифікованого методу проєкції градієнта (MGRA) надало можливість максимізувати висоту підйому. У роботі Т. Сербе і Дж. Рейчерта (T. Cerbe, G. Reichert) [2] оптимізовано зліт «по-літаковому» і посадку вертольоту з використанням методу балансу потужностей та попередньо розраховано сітки потрібних потужностей. У роботі Ю. Окуно і К. Ковачі (Y. Okuno, K. Kawachi) [3] здійснено оптимізацію зльоту і посадки в разі відмови одного з двигунів вертольоту у двомірній постановці за допомогою нелінійної теорії оптимального управління, досягаючи мінімальної вертикальної швидкості посадки. У роботі «Оптимальна робота вертикального зльоту та посадки вертольоту за однієї несправності двигуна» [4] вирішується аналогічне завдання за допомогою методу послідовного відновлення градієнта (SGRA), при цьому цільова функція залежить від відстані між точками зльоту і посадки. Автори роботи «Управління польотом вертольоту з нечіткою логікою та генетичними алгоритмами» [5] розробляють нечіткий контролер для управління різними маневрами одногвинтового вертольоту. Оптимальні значення параметрів контролера розраховувалися у цій роботі за допомогою генетичного алгоритму [6]. У роботі «Оптимізація критичних траєкторій руху роторних транспортних засобів» [7] розроблено методіку оптимізації зльоту і посадки, що ґрунтується на дискретизації завдання методом кінцевих елементів, при цьому мінімізується цільова функція, що залежить від просадки вертольоту у процесі розгону і загального кроку (ЗК) несучого гвинта (НГ). У роботі «Математичне моделювання оптимального керованого польоту вертольоту на вертикальних режимах» [8] пропонується оптимізація вертикального зльоту і посадки прямим методом наближеної оптимізації, при цьому цільова функція, що мінімізується, залежить не лише від координати і швидкості вертольоту, але і від часу, витраченого на виконання маневру.

Отже, дослідження методів і методик оптимізації суворо вертикальних режимів польоту вертольоту у літературі репрезентовано недостатньо, незважаючи на те, що практично будь-яке польотне завдання передбачає наявність двох вертикальних режимів польоту – зльоту і посадки.

З вищевикладеного випливає необхідність створення математичної моделі вертикального зльоту вертольоту у довільних експлуатаційних умовах (тобто коли можуть варіюватися маса вертольоту, висота площадки, температура зовнішнього повітря тощо).

На математичну модель мають бути накладені такі обмеження:

– кінцева висота польоту вертольоту не може бути більшою за його статичну стелю за заданих експлуатаційних умов;

– з метою прискорення виконання зльоту темп зміни ЗК має бути максимальним і при цьому має забезпечувати сталість частоти обертання НГ.

Під час створення математичної моделі зроблено такі припущення:

– рух вертольоту навколо центра мас паридується льотчиком, отже, завдання зводиться до вивчення руху центру мас;

- маса вертольоту не змінюється у процесі зльоту;
- у початковий момент часу значення ЗК НГ менше злітної, а вертоліт перебуває у стані спокою на поверхні землі;
- зліт виконується у штильових умовах;
- частота обертання НГ є постійною.

Задача розв’язується в одновимірній постановці, тобто досліджується рух вертольоту вздовж нерухомої, пов’язаної з землею, вертикальної осі  $y$  (початок координат розташовується у точці, що відповідає нульовій барометричній висоті). Диференціальне рівняння руху вертольоту має такий вигляд:

$$\ddot{y} = \begin{cases} 0, & t < \tau \\ \frac{T - Q}{m}, & t > \tau \end{cases}; \quad (1)$$

де  $T$  – сила тяги НГ;  $Q = Q(\dot{y})$  – сила лобового опору планера;  $m$  – маса вертольоту;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $\tau$  – час відриву вертольоту від площадки, що характеризується виразом  $T = mg$ .

Для визначення значення сили тяги НГ використовувалася відома квазістаціонарна постановка, за якої

$$T = K C_t F \rho \frac{(\omega R)^2}{2}; \quad (2)$$

де  $F$  – площа НГ, що обмітається;  $\rho = \rho(y)$  – густина повітря;  $\omega$  – кутова швидкість НГ;  $R$  – радіус НГ. Коефіцієнт тяги НГ  $C_t$  у (2) є функцією ЗК НГ. Залежність  $C_t(\varphi)$  є наближеною до лінійної (рис. 1, *a*) і зазвичай знаходиться з натурного експерименту. Коефіцієнт  $K$ , що входить у друге рівняння (2), враховує вплив «повітряної подушки», що дає додатковий приріст тяги у безпосередній близькості від поверхні землі. Значення коефіцієнта  $K$  залежить від відстані від землі до коліс і діаметра НГ вертольоту (рис. 1, *б*) [9–11].

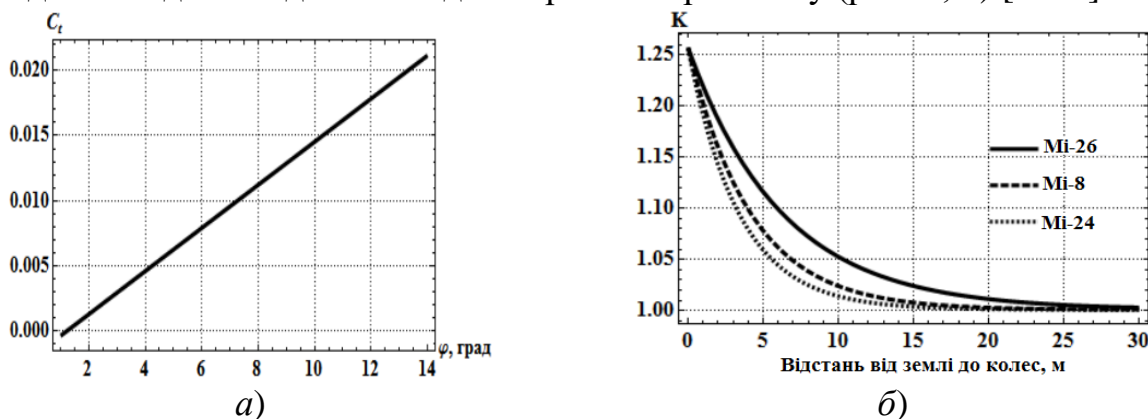


Рисунок 1 – Емпіричні залежності: *a* – емпірична залежність між коефіцієнтом тяги і ЗК НГ вертольоту Мі-8МТ; *б* – графік визначення емпіричного коефіцієнта впливу «повітряної подушки» для різних типів вертольотів [9–11]

Сила тяги НГ залежить не лише від координати, а й від вертикальної швидкості вертольоту, що пояснюється аеродинамічним демпфуванням, обумовленим зміною умов обтікання елементів лопатей. Цю зміну можна кількісно охарактеризувати збільшенням ЗК НГ (позитивним під час посадки і

негативним під час зльоту):

$$\Delta\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\dot{y}}{\omega r_{0,7}} \approx \frac{\dot{y}}{\omega r_{0,7}}; \quad (3)$$

де  $r_{0,7}$  – радіус характерного перетину лопаті.

З огляду на зазначені залежності, а також на той факт, що ЗК НГ є деякою функцією часу, що характеризує управління, отримуємо остаточний вираз для сили тяги НГ:

$$T = T(y, \dot{y}, t) = K(y) C_t(\varphi(t) + \Delta\varphi(\dot{y})) F \rho(y) \frac{(\omega R)^2}{2}. \quad (4)$$

Граничне значення сили тяги, яке може бути реалізовано на конкретному вертольоті у заданих експлуатаційних умовах, з урахуванням цих умов, а також умов, пов'язаних із зносом лопаток турбокомпресора й індивідуальних можливостей вертольоту, дає змогу визначити метод енергій [12], з якого можна знайти максимально можливе нормальне швидкісне перевантаження:

$$n_y^{\max} = f(t^o, m, y); \quad (5)$$

де  $t^o$  – температура зовнішнього повітря.

Далі легко знайти шукане граничне значення тяги НГ згідно з визначенням перевантаження:

$$T_{\max} = m \cdot g \cdot n_y^{\max}; \quad (6)$$

після чого можна визначити злітне значення ЗК НГ  $\varphi_{\max}$  із (2) з урахуванням залежності  $C_t(\varphi)$ .

Наразі існує багато законів управління  $\varphi(t)$ , що надають можливість реалізувати вертикальний зліт. У цій роботі досліджується закон, який може бути заданий наступною залежністю темпу зміни ЗК від часу:

$$\varphi(t) = \begin{cases} k, t \in [0, t_1) \\ 0, t \in [t_1, t_2) \\ -k, t \in [t_2, t_3); \\ k, t \in [t_3, t_4) \\ 0, t \geq t_4 \end{cases}; \quad (7)$$

де  $t$  – час, с;  $t_i$  – деяке значення часу,  $t_1 > 0$ ,  $t_{i+1} > t_i$ ,  $k$  – максимальний темп зміни ЗК, %/с. Для вертольоту Мі-8МТ параметр  $k$  можна взяти рівним 5 %/с.

Використовуються також такі граничні умови:  $\varphi(0) = \varphi_0$ ,  $\varphi(t_1) = \varphi_{\max}$ ,  $\varphi(t_4) = \varphi_{\text{hover}}$ ,  $\dot{y}(0) = y$ , де  $\varphi_0$  – задане початкове значення ЗК;  $\varphi_{\max}$  – максимально можливе значення ЗК НГ для цих експлуатаційних умов, яке можна знайти з методу енергій;  $\varphi_{\text{hover}}$  – значення ЗК НГ, що забезпечує висіння поза зоною впливу «повітряної подушки» ( $K = 1$ ), яке можна визначити із формули (2) з урахуванням залежності  $C_t(\varphi)$ , підставивши замість сили тяги НГ вагу вертольоту. Уведемо нові параметри  $\Delta t_{12} = t_2 - t_1$  і  $\Delta t_{23} = t_3 - t_2$ , що визначають,

відповідно, час утримання постійного значення ЗК НГ і час, протягом якого здійснюється його зменшення з метою гасіння вертикальної швидкості.

Оскільки параметри  $k$ ,  $\varphi_0$ ,  $\varphi_{\max}$  і  $\varphi_{\text{hover}}$  відомі, можна виразити значення  $t_1$  і

$$t_4: t_1 = \frac{\varphi_{\max} - \varphi_0}{k}; t_4 = t_1 + \Delta t_{12} + \Delta t_{23} + \frac{\varphi_{\text{hover}} - \varphi_{\max} + k\Delta t_{23}}{k}.$$

Отже, в разі використання пропонованого закону для вертикального зльоту в описі управління присутні два невідомих параметра –  $\Delta t_{12}$  і  $\Delta t_{23}$ .

Оскільки диференціальне рівняння руху вертольоту (1) може бути розв'язано тільки чисельно, для оптимізації потрібен чисельний метод, що дозволяє отримати наближений розв'язок задачі у вигляді набору параметрів  $\Delta t_{12}$  і  $\Delta t_{23}$ , що відповідають вертикальному зльоту, найбільш близькому до оптимального. У цій роботі використовується генетичний алгоритм [6], за допомогою якого виконується випадкове генерування, комбінування і мутація вихідних параметрів для заданої кількості поколінь. Комбінування і мутація вихідних параметрів з урахуванням накладених обмежень здійснюються за допомогою методу, запропонованого Дебом [13]. У кожному поколінні відбираються найкращі рішення, що характеризуються мінімальними значеннями цільової функції, яка має такий вигляд:

$$F = A_1 t_4 + A_2 |\ddot{y}(t_4)| + A_3 |\dot{y}(t_4)| + A_4 |Y - y(t_4)|; \quad (8),$$

де  $Y$  – необхідне значення барометричної висоти;  $A_i$  – постійні коефіцієнти, що підбираються дослідним шляхом.

Усі подальші розрахунки виконуються з використанням значень  $A_1 = 2$ ,  $A_2 = A_4 = 4$ ,  $A_3 = 6$ , що надало можливість мінімізувати час виконання вертикального зльоту, забезпечивши при цьому значно менші порівняно з похибками вимірювань відхилення прискорення, швидкості та координати від необхідних значень.

На рис. 2, а–в показано результати оптимізації вертикального зльоту вертольоту для трьох значень маси: 10 000, 11 100 і 12 000 кг [14] (параметри, що оптимізуються –  $\varphi$ ,  $\dot{y}$ ,  $y$ ). Видно, що час утримання постійного значення ЗК (отже, і час виконання вертикального зльоту) очікувано зростає із збільшенням маси вертольоту.

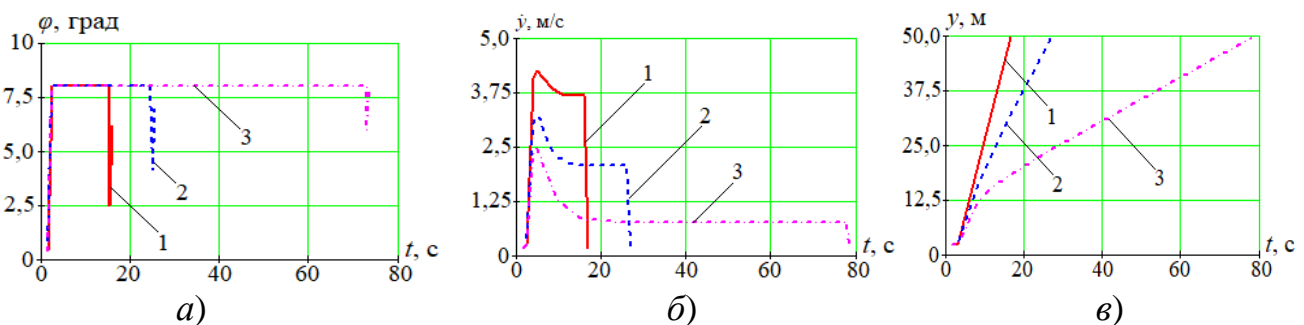


Рисунок 2 – Результати оптимізації вертикального зльоту вертольоту:

а – параметр  $\varphi$ , б – параметр  $\dot{y}$ , в – параметр  $y$ ; 1 – маса 10 000 кг, 2 – маса 11 100 кг, 3 – маса 12 000 кг

---

Крім того, для маси 12 000 кг особливо помітно вплив «повітряної подушки», що дає значний приріст вертикальної швидкості на початковому етапі.

#### Список літератури

1. Schmitz F. H. Optimal Takeoff Trajectories of a Heavily Loaded Helicopter. *Journal of Aircraft*. 1971. Vol. 8, Issю 9. Pp. 717–723.
2. Cerbe T., Reichert G. Optimization of helicopter takeoff and landing. *Journal of Aircraft*. 1989. Vol. 26, Iss. 10. Pp. 925–931.
3. Okuno Y., Kawachi K. Optimal Takeoff of a Helicopter for Category A V/STOL Operations. *Journal of Aircraft*. 1993. Vol. 30, Iss. 2. Pp. 235–240.
4. Zhao Y., Jhemi A. A., Chen R.T.N. Optimal Vertical Takeoff and Landing Helicopter Operation in One Engine Failure. *Journal of Aircraft*. 1996. Vol. 33, Iss. 2. Pp. 337–346.
5. Phillips C., Karr C., Walker G. Helicopter Flight Control with Fuzzy Logic and Genetic Algorithms. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 1996. Vol. 9, Iss. 2. Pp. 175–184.
6. Goldberg D. E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Boston : Addison-Wesley Publishing Company, 1989. 432 p.
7. Bottasso C. L., Croce A., Leonello D., Riviello L. Optimization of critical trajectories for rotorcraft vehicles. *Journal of the American Helicopter Society*. 2005. Vol. 50, Iss. 2. Pp. 165–177.
8. Аузяк А. Г., Будин В. И., Дрёмов Ф. В. Математическое моделирование оптимального управляемого полёта вертолёта на вертикальных режимах. *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*. 2010. № 1. С. 19–23.
9. Инструкция экипажу вертолёта Ми-8МТ. Книга 1. М. : Воениздат, 1982. 440 с.
10. Инструкция экипажу вертолёта Ми-24В. Книга 1. М. : Воениздат, 1987. 311 с.
11. Руководство по лётной эксплуатации вертолёта Ми-26Т. Книга 1. М. : М-во гражданской авиации СССР, 1988. 402 с.
12. Михайлов С. А., Онушкин А. Ю. Метод энергий в вопросе расчёта манёвренных возможностей вертолёта с учётом конкретных эксплуатационных условий. *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*. 2007. № 2. С. 7–11.
13. Deb K. An efficient constraint handling method for genetic algorithms. *Computer Methods in Applied mechanics and engineering*. 2000. Vol. 186, Iss. 2–4. Pp. 311–338.
14. Онушкин Ю. П., Сизов Д. А., Полуяхтов В. А., Островой А. В. Математическая модель и оптимизация вертикального взлёта вертолёта с учётом эксплуатационных условий и аэродинамического демпфирования. *Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение*. 2017. Т. 16, № 3. С. 94–103.