

УДК 629.735

**Сергій Ігорович Владов,**

*кандидат технічних наук,*

*Кременчуцький льотний коледж ХНУВС*

**Юрій Миколайович Шмельов,**

*кандидат технічних наук,*

*Кременчуцький льотний коледж ХНУВС*

**Валерій Олегович Семенов,**

*доцент Кременчуцького льотного коледжу ХНУВС*

## **ЗАДАЧА МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧИХ ПРОЦЕСІВ АВІАЦІЙНОГО ДВИГУНА ТВЗ-117 ДЛЯ КОНТРОЛЮ І ДІАГНОСТИКИ ЙОГО ТЕХНІЧНОГО СТАНУ В ПОЛЬОТНИХ РЕЖИМАХ**

Авіаційний газотурбінний двигун ТВЗ-117 являє собою складну динамічну систему із взаємопов'язаним впливом газодинамічних і теплофізичних процесів, що протікають в його вузлах [1, 2]. Для розробки бортового обладнання сучасних повітряних суден (у тому числі та вертольоти) необхідні принципові нові технічні рішення. Такі розробки неможливі без проведення широкомасштабних експериментаторів на базі виробничої техніки, технологій та технологій математичних моделей фізичних процесів авіаційного обладнання, в тому числі, й авіаційних двигунів. Таким чином, задача математичного моделювання робочих процесів авіаційного двигуна ТВЗ-117 для контролю і діагностики його технічного стану в польотних режимах є актуальною.

Передбачається, що в процесі роботи авіаційного двигуна ТВЗ-117, виконуються фундаментальні закони збереження енергії, маси, імпульсу тощо. Тоді рівняння Нав'є-Стокса, що описує рух стискається теплопровідного газу, буде мати вигляд:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{F}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \mathbf{F}_3}{\partial x_3} = 0; \quad (1)$$

$$\text{де } \mathbf{F}_j = \mathbf{F}_j(\mathbf{U}, \mathbf{U}_{x_1}, \mathbf{U}_{x_2}, \mathbf{U}_{x_3});$$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_{x_1} \\ \rho u_{x_2} \\ \rho u_{x_3} \\ E \end{pmatrix}; \mathbf{F}_1 = \begin{pmatrix} \rho u_{x_1} \\ \rho u_{x_1}^2 + p - \Pi_{x_1 x_1} \\ \rho u_{x_1} u_{x_2} - \Pi_{x_1 x_2} \\ \rho u_{x_1} u_{x_3} - \Pi_{x_1 x_3} \\ (E + p)u_{x_1} - q_{x_1} \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{F}_2 = \begin{pmatrix} \rho u_{x_2} \\ \rho u_{x_1} u_{x_2} - \Pi_{x_1 x_2} \\ \rho u_{x_2}^2 + p - \Pi_{x_2 x_2} \\ \rho u_{x_2} u_{x_3} - \Pi_{x_2 x_3} \\ (E + p)u_{x_2} - q_{x_2} \end{pmatrix}; \mathbf{F}_3 = \begin{pmatrix} \rho u_{x_3} \\ \rho u_{x_1} u_{x_3} - \Pi_{x_1 x_3} \\ \rho u_{x_2} u_{x_3} - \Pi_{x_2 x_3} \\ \rho u_{x_3}^2 + p - \Pi_{x_3 x_3} \\ (E + p)u_{x_3} - q_{x_3} \end{pmatrix};$$

де  $\rho$  – густина;  $\mathbf{u} = (u_{x_1}, u_{x_2}, u_{x_3})$  – вектор швидкості;  $p$  –

тиск;  $E = \rho\varepsilon + \rho \frac{\mathbf{u}^2}{2}$  – повна енергія одиниці об'єму;  $\varepsilon$  – внутрішня енергія одиниці маси.

Для моделювання двовимірного нестационарного руху газодинамічного потоку рівняння Нав'є-Стокса представляється у декартових координатах для двовимірного випадку у вигляді:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j_{mx_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial j_{mx_2}}{\partial x_2} = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho u_{x_1})}{\partial t} + \frac{\partial(j_{mx_1} u_{x_1})}{\partial x_1} + \frac{\partial(j_{mx_2} u_{x_1})}{\partial x_2} + \frac{\partial p}{\partial x_1} = \frac{\partial \Pi_{x_1 x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial \Pi_{x_2 x_1}}{\partial x_2}; \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho u_{x_2})}{\partial t} + \frac{\partial(j_{mx_1} u_{x_2})}{\partial x_1} + \frac{\partial(j_{mx_2} u_{x_2})}{\partial x_2} + \frac{\partial p}{\partial x_2} = \frac{\partial \Pi_{x_1 x_2}}{\partial x_1} + \frac{\partial \Pi_{x_2 x_2}}{\partial x_2}; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} = & \frac{\partial(j_{mx_1} H)}{\partial x_1} + \frac{\partial(j_{mx_2} H)}{\partial x_2} + \frac{\partial q_{x_1}}{\partial x_1} + \frac{\partial q_{x_2}}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_1} (\Pi_{x_1 x_1} u_{x_1} + \Pi_{x_1 x_2} u_{x_2}) + \\ & + \frac{\partial}{\partial x_2} (\Pi_{x_2 x_1} u_{x_1} + \Pi_{x_2 x_2} u_{x_2}); \end{aligned} \quad (5)$$

причому система декартових координат визначена таким чином, щоб вісь  $x_3$  була спрямована проти напрямку вектору прискорення вільного падіння (рис. 1), а рельєф поверхні описується рівнянням  $x_3 = r(x_1; x_2)$ .

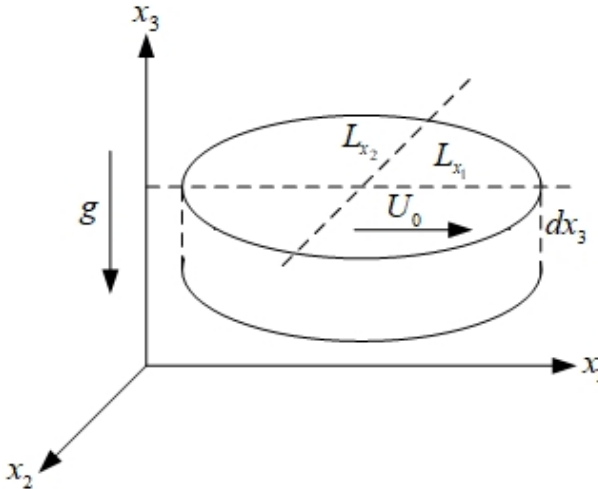


Рисунок 1 – Геометрія руху газодинамічного потоку

Оскільки відомо, що у газодинамічному потоці при великих швидкостях має місце явище турбулентності, то застосуємо систему рівнянь Нав'є-Стокса у формі:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)u = v\nabla^2 u + \frac{1}{\rho_0} \nabla_{x_1} (\mu_T (\nabla\mathbf{v})); \\ \frac{\partial w}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)w = v\nabla^2 w + \frac{1}{\rho_0} \nabla_{x_2} (\mu_T (\nabla\mathbf{v})); \end{cases} \quad (6)$$

у якій покладається, що всі функції залежать від часу і двох координат  $u = u(t, x_1, x_2)$ ,  $w = w(t, x_1, x_2)$ ,  $v = v(u, 0, w)$ . Початкові та граничні умови задачі про рух газодинамічного потоку у циліндровій порожнині  $0 \leq x_1 \leq L_{x_1}$ ,  $0 \leq x_2 \leq L_{x_2}$  при заданій швидкості зовнішнього потоку  $\mathbf{v}_0(t, x_1)$  на верхній межі порожнини представляються у вигляді:

$$\begin{cases} u(0, x_1, x_2) = 0; w(0, x_1, x_2) = 0; 0 \leq x_1 \leq L_{x_1}; 0 \leq x_2 \leq L_{x_2}; \\ u(t, 0, x_2) = u(t, L_{x_1}, x_2) = 0; w(t, 0, x_2) = w(t, L_{x_1}, x_2) = 0; \\ u(t, x_1, 0) = 0; w(t, x_1, 0) = 0; \\ u(t, x_1, L_{x_2}) = u_0(t, x_1); w(t, x_1, L_{x_2}) = w_0(t, x_1). \end{cases} \quad (7)$$

Для розрахунків використані наступні функції, що описують рух газодинамічного потоку у двовимірній порожнині:

$$\begin{cases} u_0 = U_0 (1 - e^{-t}) \tanh(kx) \tanh(k(L_{x_1} - x)); \\ w_0 = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Така форма профілю вибирається з міркувань узгодження початкових і граничних умов (3.35). Число Рейнольдса завдання

$$Re = \frac{L_{x_1} U_0}{\nu}$$

(6)–(8) визначається за формулою  $\nu$ . У численних розрахунках вважалося, що  $U_0 = 1$ ,  $k = 100$ , хоча форма профілю практично не впливає на рух у порожнині вже при  $k \approx 10$ .

Таким чином, параметрами завдання є розміри порожнини і дві в'язкості, що фігурують у моделі (6). Для опису еволюції руху

газодинамічного потоку у порожнині використовується інтеграл енергії:

$$E_k(t) = \frac{1}{2} \int_0^{L_{x_1}} \int_0^{L_{x_2}} (u^2 + w^2) dx_1 dx_2. \quad (9)$$

Тиск у даній моделі визначається за формулою:

$$P = P_0 - \mu_T \nabla v; \quad (10)$$

$$\mu_T = \frac{\rho c_s^2}{\alpha \omega_0}$$

де  $\mu_T$  – параметр, що характеризує в'язкість у турбулентному потоці;  $\alpha$ ,  $\omega_0$ ,  $P_0$  – деякі параметри, які можуть бути визначені для потоку в цілому, які визначаються із узагальненого

$$\frac{dP}{dt} = \alpha \omega_0 (P - P_0)$$

критерію регуляризації потоку ;  $c_s$  – швидкість звуку.

На рис. 2 представлені результати моделювання газодинамічного потоку у круговій порожнині з числом Рейнольдса  $Re = 9,5 \cdot$

$$\frac{\mu_T}{\mu} = 3,3 \cdot 10^4$$

$10^6$  й з параметрами в'язкості  $\nu = 3,12 \cdot 10^6$  та  $\mu$ . Дані показники відповідають перебуванню вертольоту на висоті 4000 м. З наведених даних випливає, що у разі прискорення зовнішнього потоку у порожнині формується нестационарний вихровий потік, який характеризується не загасаючим згодом інтегралом енергії.

Для побудови наведених графіків (рис. 2) використовувались наступні параметри моделі  $L_{x_1} = 20$ ,  $L_{x_2} = 20$ ,  $U_0 = 1$ ,  $k = 100$ ,

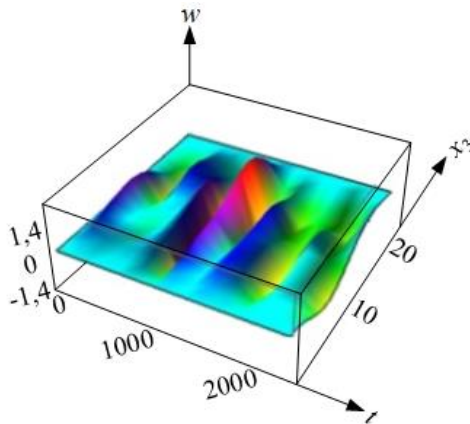
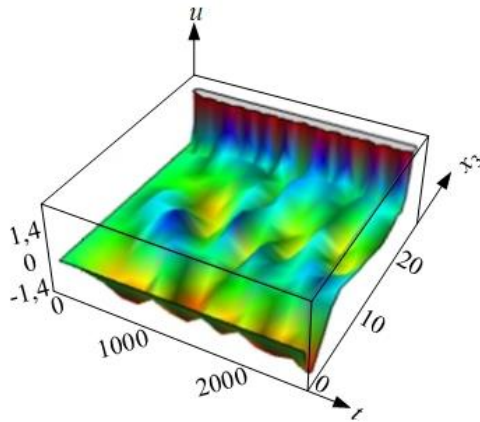
$$\frac{\mu_T}{\mu} = 3,3 \cdot 10^4$$

$\nu = 3,12 \cdot 10^6$ ,  $\mu$ .

Параметри коливань у порожнині істотно залежать від величини турбулентної в'язкості, а саме: при зменшенні турбулентної в'язкості на порядок, при збереженні всіх інших початкових

даних у моделі (6)–(8), коливання параметрів потоку у порожнині загасають згодом.

Підвищення турбулентної в'язкості у півтора рази призводить пропорційного збільшення кінетичної енергії потоку в порожнині. Однак подальше підвищення турбулентної в'язкості призводить до розвитку чисельної нестійкості, що пояснюється замкнутим характером газодинамічного потоку у порожнині у моделі (6)–(8).



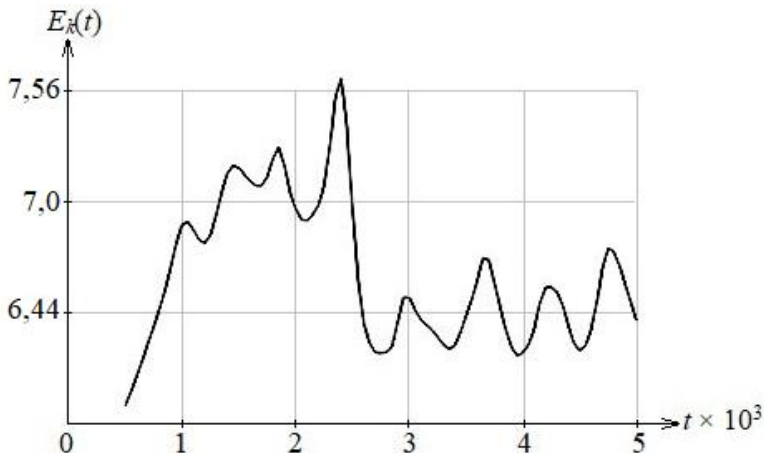


Рисунок 2 – Турбулентний газодинамічний потік у круговій порожнині: просторово-часовий розподіл складових швидкості

потіку у перерізі  $x_1 = \frac{L_{x_1}}{2}$  і залежність кінетичної енергії потоку від часу

З наведених на рис. 2 дані свідчать, що структура газодинамічного потоку у порожнині визначається великими вихорами, які взаємодіють між собою, створюють коливання параметрів течії, включаючи тиск. Такого роду коливання параметрів у порожнині при відомих умовах резонансу можуть призводити до генерації звуку.

#### Список бібліографічних посилань

1. Ntantis E. L., Botsaris P. N. Diagnostic methods for an aircraft engine performance. *Journal of engineering science and technology*. 2015. No. 8 (4). Pp. 64–72.

2. Kiakojoori S., Khorasani K. Dynamic neural networks for gas turbine engine degradation prediction, health monitoring and prognosis. *Neural Computing & Applications*. 2016. Vol. 27, No. 8. Pp. 2151–2192.

3. Шмельов Ю. М., Владов С. І., Клімова Я. Р. Моделювання газодинамічних процесів, що протікають у двигуні вертольоту Мі-8МТВ. *Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія: Технічні науки*. 2018. Т. 29 (68), № 2. С. 29–34.

Одержано 30.04.2020